

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кондаков Е. В.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
к выполнению лабораторного практикума по курсу лекций
«Электропитание устройств и систем телекоммуникаций»
для студентов физического факультета ЮФУ,
направления подготовки «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Моделирование выпрямителя в программе LTspice

Ростов-на-Дону

2014

Учебно-методическое пособие разработал старший преподаватель кафедры
радиофизики ЮФУ Кондаков Е. В.

Ответственный редактор: д.ф.-м.н., профессор Заргано Г. Ф.

Печатается в соответствии с решением кафедры радиофизики
физического факультета ЮФУ, протокол № 19 от 27.05.2014 г.

Введение

Выпрямители, являясь нелинейными устройствами, представляют непростой объект для анализа и расчёта. Традиционно для этих целей использовались аналитические выражения, полученные теоретически для наиболее распространённых случаев. Использование упрощённых формул для приблизительного расчёта удобно на начальном этапе проектирования или анализа. Однако повышение точности описания протекающих процессов приводит к значительному усложнению аналитических выражений, к тому же требующих задания большого количества дополнительных параметров [1, 2].

Альтернативой громоздкому расчёту служит макетирование устройства, позволяющее измерить режим работы схемы и при необходимости скорректировать параметры используемых элементов. Для этого нужна лаборатория, оборудованная измерительными приборами и наборами радиоэлементов с различными номиналами. На проведение серий опытов нередко уходит длительное время.

В последнее десятилетие благодаря стремительному развитию вычислительной техники и усилиям разработчиков средств моделирования, получили широкое распространение программы симуляции электронных схем, обладающие одновременно высокой скоростью расчёта и достоверностью результатов. Поэтому существенную долю экспериментов над проектируемой или анализируемой схемой сегодня можно выполнить на симуляторе. На моделях особенно удобно изучать поведение схем в переходных и нештатных режимах, таких, как, например: включение/выключение, перегрузка/восстановление и т. д.

В настоящее время заслуженной популярностью пользуются системы, основанные на SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis), являющиеся результатом многолетней разработки Electronics Research Laboratory Калифорнийского университета в Беркли. К таким системам

относятся: MicroCap, MultiSim, PSpice, LTspice (SwitcherCAD). Последняя система обладает двумя важными преимуществами. Во-первых, будучи универсальным схемным симулятором, она оптимизирована для расчёта импульсных источников питания, что обеспечивает повышенную скорость расчёта устройств подобного класса при сохранении точности. Во-вторых, владелец прав на эту программу, корпорация Linear Technology разрешает свободное распространение своего продукта [3].

Выпрямители и их основные характеристики

Выпрямитель — устройство, предназначенное для получения постоянного тока из переменного. На выходе выпрямителя получается напряжение, содержащее как постоянную составляющую U_0 , так и переменную составляющую, которую характеризуют половинным размахом (разностью между максимальным и минимальным пиками) $U_{p-p}/2$. Отношение переменной составляющей выпрямленного напряжения к постоянной составляющей называется коэффициентом пульсаций:

$$K_p = \frac{U_{p-p}/2}{U_0} .$$

Отношение постоянной составляющей выходного напряжения к эффективному входному напряжению U_2 называется коэффициентом выпрямления:

$$K_0 = \frac{U_0}{U_2} .$$

Отношение мощности, отдаваемой в нагрузку P_0 , к произведению эффективных значений входного напряжения и входного тока называется коэффициентом мощности выпрямителя:

$$K_\lambda = \frac{P_0}{U_2 I_2} .$$

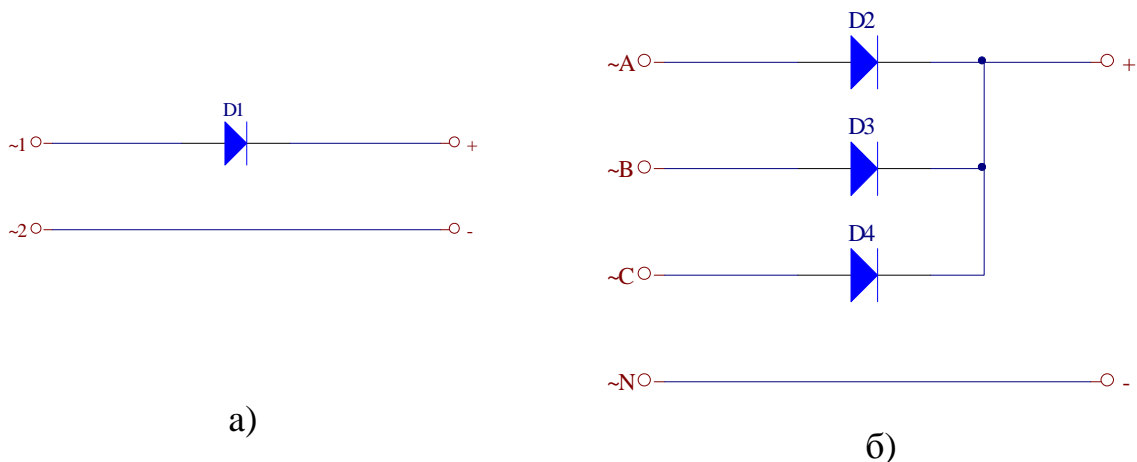


Рисунок 1 — однополупериодные схемы выпрямления:
однофазная (а) и трёхфазная (б)

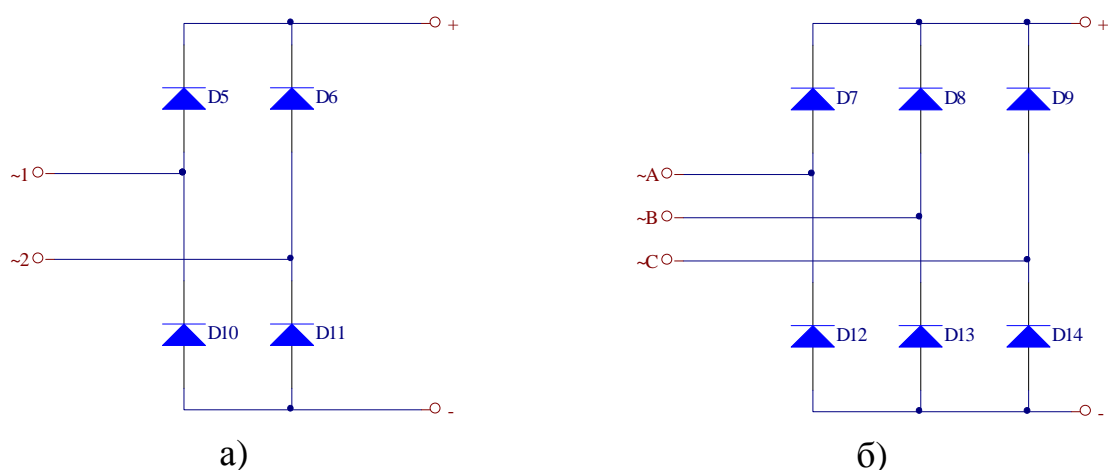


Рисунок 2 — двухполупериодные схемы выпрямления:
однофазная (а) и трёхфазная (б)

Наиболее простыми являются однополупериодные схемы выпрямления (рисунок 1). Наиболее распространёнными однофазными схемами выпрямителей являются двухполупериодная мостовая (рисунок 2а) и двухполупериодная с отводом от средней точки вторичной обмотки трансформатора (кратко — со средней точкой, рисунок 3а). Их трёхфазными разновидностями являются схемы Ларионова (рисунок 2б) и Миткевича (рисунок 3б).

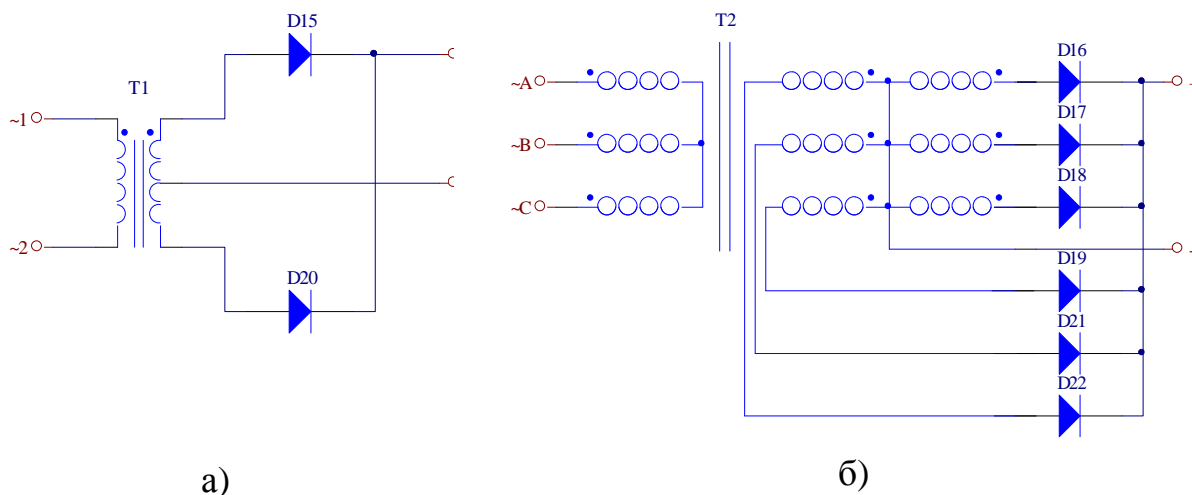


Рисунок 3 — схемы двухполупериодных выпрямителей со средней точкой однофазная (а) и трёхфазная (б)

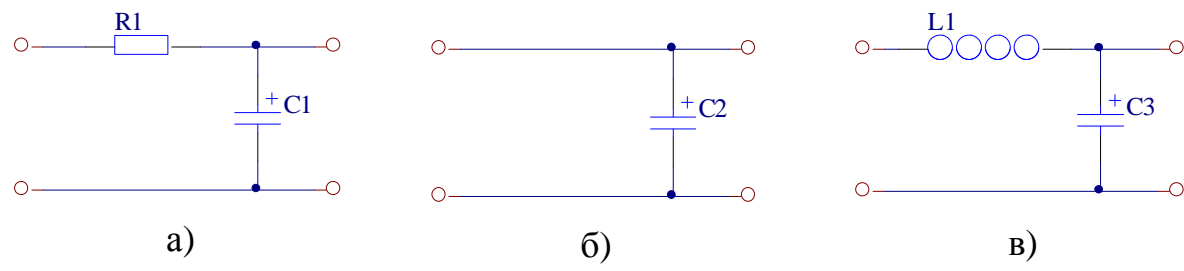


Рисунок 4 — фильтры выпрямленного напряжения:

а) — активно-ёмкостный, б) — ёмкостный, в) — индуктивно-ёмкостный

Для уменьшения пульсаций между выпрямителем и нагрузкой включают сглаживающий фильтр, который помимо уменьшения K_p влияет как на K_0 , так и на K_λ . В цепях особо малой мощности, когда КПД не имеет значения, применяют резистивно-ёмкостные фильтры (рисунок 4а). В цепях средней и большой мощности наиболее распространёнными являются ёмкостный (рисунок 4б) и индуктивно-ёмкостный (рисунок 4в) фильтры. Основной характеристикой фильтра является отношение коэффициента пульсации на его входе к коэффициенту пульсаций на его выходе, которое называется коэффициентом ослабления пульсаций (коэффициентом фильтрации):

$$K_\Phi = \frac{K_p|_{in}}{K_p|_{out}}$$

Потребляемый выпрямителем ток $I_2(t)$, как правило, не совпадает по форме с входным напряжением. Поэтому даже при гармоническом входном напряжении форма $I_2(t)$ оказывается негармонической, а основная гармоника тока имеет фазовый сдвиг, поэтому выпрямитель обладает коэффициентом мощности $K_\lambda < 1$. Подробнее об описании периодических функций, а также о связи коэффициента мощности с искажениями формы тока см. приложения А и Б, соответственно.

Величины K_p , K_0 и K_λ весьма сложно зависят как от схемы выпрямителя, так и от типа и параметров сглаживающего фильтра. Величина тока, потребляемого нагрузкой, также влияет на перечисленные параметры [1 глава 4]. Поэтому наиболее простой способ получить эти зависимости — провести моделирование выпрямителя.

Основы работы в LTspice

Подробное описание возможностей системы LTspice приведено в её справочной подсистеме (вызывается по нажатию клавиши F1) и выходит за рамки настоящего пособия. В [4] содержится, в частности, перевод на русский язык содержимого справочной подсистемы. Классическим учебным изданием по SPICE признано [5]. Далее будет дано краткое введение в LTspice, которое содержит общий обзор и краткое описание отдельных вариантов использования системы.

Процесс моделирования любой цепи в LTspice состоит из нескольких этапов. На первом создаётся моделируемая схема. Любая SPICE-система получает входные данные из текстового файла, который содержит схему в виде списка цепей (Netlist). Элементами схемы могут быть любые стандартные компоненты: резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, трансформаторы, диоды, транзисторы, генераторы и т. д. (подробнее — в разделе справки LTspice→Circuit Elements). Например, схема простейшего

делителя напряжения, изображённая на рисунке 5, описывается следующими строками:

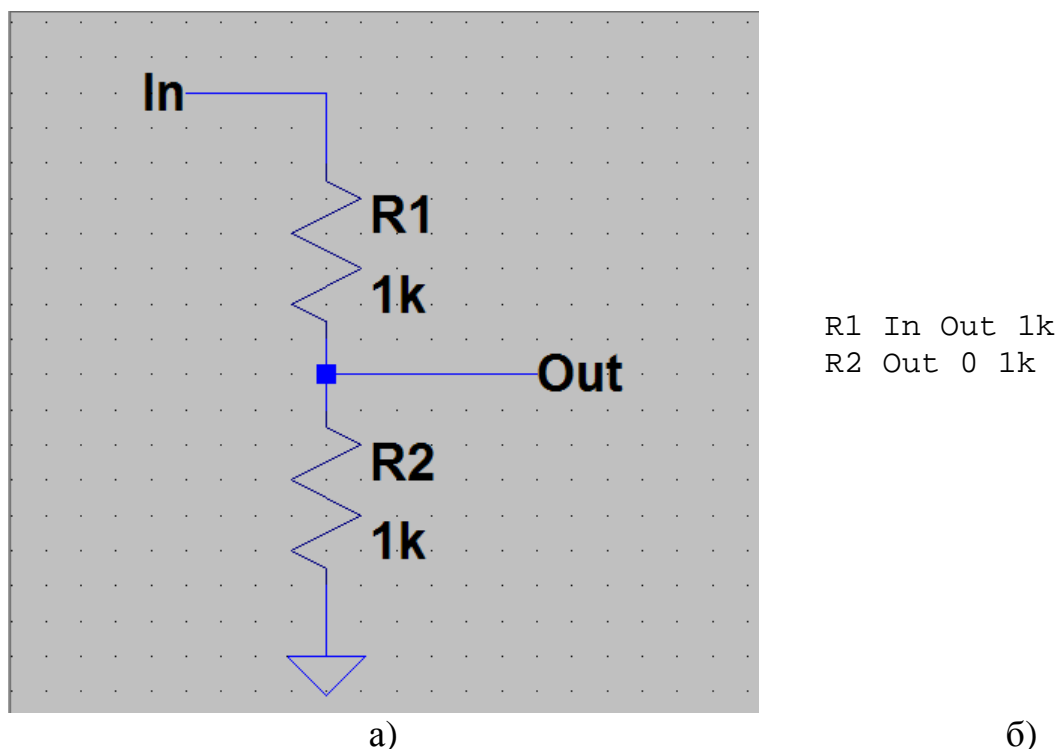


Рисунок 5 — графическая схема делителя напряжения (а) и её текстовое представление (б) списком цепей (Netlist)

Здесь «In», «Out» — так называемые метки цепей (Net Label), которые позволяют, во-первых, давать цепям удобные названия, а во-вторых, обозначать электрическое соединение, не прибегая к графическому изображению проводника (wire). В ранних версиях систем SPICE текстовый способ задания схемы был единственным. LTspice позволяет создать схему в графическом виде. В процессе моделирования она автоматически преобразуется в текстовый формат и поступает в расчётное ядро. Просмотреть текстовое представление схемы можно, выбрав пункт меню View→SPICE netlist. Любая цепь для моделирования в SPICE должна иметь соединение с нулевым потенциалом, для чего предусмотрен специальный схемный элемент-метка GND (треугольник) с именем 0 (ноль). Для удобного задания величин в SPICE можно применять стандартные приставки-множители: микро, мили, кило, мега и др. Важно помнить, что регистр символов в SPICE не различается. Поэтому 10M и 10m в

системе SPICE будут обозначать не десять миллионов и десять тысячных, соответственно, а десять тысячных в обоих случаях. Для обозначения приставки «мега» используется суффикс `meg`. Таким образом, `10meg` и `10m` — правильное задание вышеприведённой пары значений. Для обозначения множителя «микро» применяется суффикс `u`.

На втором этапе выполняется непосредственно моделирование работы схемы, а именно расчёт напряжений и токов во всех участках цепи. В зависимости от задачи расчёт может выполняться в одном из следующих режимов: расчёт переходных процессов (`Transient`), расчёт рабочей точки по постоянному току (`DC op point`) и расчёт частотных характеристик (`AC analysis`). Расчётный этап может занимать продолжительное время. В итоге формируется массив данных, который используется для дальнейшего анализа.

На финальном этапе из полученных данных могут быть построены графики (напряжений, токов, мощностей и т. д.), вычислены средние, пиковые и эффективные значения величин и многое другое.

Кроме электрической схемы во входном файле могут содержаться директивы, параметры и комментарии (подробнее о структуре входного файла см. раздел справки `LTspice→Introduction→General Structure and Conventions`). Некоторые директивы, например предписывающие выполнение моделирования в том или ином режиме, добавляются автоматически после настройки в диалоге `Edit Simulation Command` (меню `Simulation→Edit Simulation Command`). Предположим, там выбран режим `Transient`, тогда на схеме (и в `Netlist`) появится директива `.tran` с параметрами. По правилам синтаксиса любая директива начинается с точки. И в графической схеме, и в `Netlist` допускаются комментарии — любой текст, полезный человеку, но игнорируемый системой. Комментарий начинается с символа «`*`», а в графической схеме он выделяется голубым цветом. Директиву или комментарий можно добавить в схемном редакторе вручную, выбрав пункт

меню Edit→SPICE Directive. Подробнее о директивах см. раздел справки LTspice→Dot Commands.

В работе используется режим расчёта *Transient*, для настройки которого требуется задать длительность отрезка времени, на котором будет выполняться моделирование — *Stop time*. В выходном массиве могут быть сохранены все результаты моделирования или только часть, начинающаяся с заданного времени — *Time to Start Saving Data*. Последний вариант удобен при анализе установившегося режима работы схемы, когда сам переходный процесс не интересен. Последним параметром режима *Transient* является максимальный шаг по времени — *Maximum Timestep*. В процессе расчёта SPICE-ядро автоматически выбирает шаг по времени, обеспечивающий необходимую точность, уменьшая его на участках с быстрыми процессами и увеличивая там, где процессы протекают медленно. Параметр *Maximum Timestep* лишь ограничивает сверху диапазон возможных значений шага. Чтобы увидеть шаги графически, по окончании расчёта следует в контекстном меню графика выбрать пункт меню *Mark Data Points*, тогда каждая рассчитанная точка на графике будет выделяться прямоугольным маркером.

Получение графических развёрток (осциллограмм)

Одним из самых наглядных способов представления результатов моделирования является графический. Для получения временной развёртки (осциллограммы) напряжения по окончании моделирования следует в схемном редакторе привести указатель на соответствующий провод (узел). Указатель примет вид красного щупа и нажатие левой кнопки мыши создаст соответствующий график. Если нужно напряжение не относительно общего провода (земли), а разность потенциалов между двумя точками схемы, то указав на первую точку и нажав левую кнопку мыши, следует, не отпуская её, перевести указатель, принявший цвет серого щупа, на вторую точку и только потом отпустить кнопку. Если нужен график тока через некоторую цепь, то

либо нужно навести указатель на соответствующий двухполюсник (резистор, конденсатор, и т. д.), либо навести указатель на проводник, при этом удерживать клавишу клавиатуры Alt. Тогда указатель примет вид токовых клещей, а нажатие левой кнопки мыши создаст соответствующий график тока. Если же, удерживая Alt, навести указатель на двухполюсник, то курсор примет вид градусника, что позволит получить график мгновенной мощности, выделяемой на этом двухполюснике. Подробнее обо всех возможностях работы с графиками см. в разделе справки Waveform Viewer.

Измерение величин в интерактивном режиме

Простейший способ определить значение величины по графику — использовать курсорные измерения. Чтобы создать курсор графика следует кликнуть левой кнопкой мыши по его легенде (в момент наведения на легенду указатель приобретает вид указательного пальца). Для одного графика можно получить до двух курсоров. Откроется дополнительное окно, в котором будут отображаться координаты курсора графика. Для передвижения выбранного курсора следует сначала навести на него указатель мыши (на вертикальную либо горизонтальную пунктирную линию), в этот момент указатель примет вид цифры «1» или «2» (номер курсора). Затем зажать левую кнопку мыши и двигать ею курсор по горизонтальной оси. При этом положение курсора на вертикальной оси будет соответствовать графику. Пользуясь двумя курсорами, в дополнительном окне можно получить не только разности их координат, но и величину наклона (Slope) и величину, обратную разности временных координат (Freq).

Пользуясь графиком, можно быстро получить среднее (Average) и среднеквадратичное (RMS) значения сигнала на наблюдаемом интервале. Для этого следует кликнуть по легенде графика, при нажатой клавише Ctrl. Откроется дополнительное окно, содержащее отрезок наблюдения и рассчитанные значения. Для получения правильных оценок периодического

сигнала следует выбирать отрезок наблюдения, длина которого равна целому числу периодов.

Измерение величин в автоматическом режиме

Измерения, выполняемые по графикам в интерактивном режиме, удобны для одиночных измерений, исследований редких особенностей, но становятся рутинными, когда нужно получить результаты для серии различных значений параметра, от которого зависит измеряемая величина. В таком случае удобно сформулировать правило расчёта, которое SPICE-ядро выполнит автоматически. Таким способом можно выполнить любые дополнительные вычисления.

Основной SPICE-директивой, предназначенной для этой цели, является `.MEAS`, подробное описание которой содержится в справке. Здесь остановимся только на измерении с её помощью среднеквадратичного и среднего значений, хотя спектр её возможностей намного шире. Директива

```
.MEAS Out_rms RMS V(Out)
```

выполнит расчёт среднеквадратичного значения напряжения в узле с именем `Out` на всём интервале моделирования и поместит результат в параметр с именем `Out_Rms`. Аналогично, директивы

```
.MEAS Out_av AVG V(Out)
```

и

```
.MEAS Out_pp PP V(Out)
```

рассчитают, среднее значение и размах (peak-to-peak) того же напряжения, соответственно. Чтобы получить правильные значения для периодических сигналов нужно или явно указать в параметрах этой директивы отрезок времени с длиной кратной периоду (отсутствует в приведённых примерах), или гарантировать, что таковым является весь интервал моделирования (см. параметры `Time to Start Saving Data` и `Stop time` директивы `.TRAN`). Увидеть результаты этих расчётов можно, открыв окно журнала работы SPICE-ядра, воспользовавшись пунктом меню `View→SPICE error log`. Если с

результатами, сохранёнными в именованных параметрах (Out_rms, Out_av) нужно произвести дополнительные вычисления (например по формуле $ac_rms = \sqrt{rms^2 - average^2}$ рассчитать эффективное значение переменной составляющей выходного напряжения), то можно воспользоваться той же директивой .MEAS, но в режиме PARAM:

```
.MEAS Out_ac_rms PARAM sqrt(pow(Out_rms,2)-pow(Out_av,2))
```

Вычисление гармонического состава

Одной из возможных процедур обработки результатов моделирования является Фурье-преобразование. С его помощью можно определить гармонический состав колебания, рассчитать коэффициент нелинейных искажений и многое другое. Для выполнения Фурье-преобразования используется директива .FOUR

```
.FOUR 50 17 V(Out)
```

В этом примере первым параметром является частота основной гармоники преобразования (50), а вторым — количество рассчитываемых гармоник (17). Как и в случае с директивой .MEAS, результаты сохраняются в журнале работы SPICE-ядра, открываемом через меню View→SPICE error log.

Автоматическая вариация параметра

В случае, когда нужно промоделировать работу схемы при разных значениях какого-либо параметра, можно вручную запускать моделирование, каждый раз задавая нужные значения. Однако значительно удобнее запрограммировать эту процедуру и за один проход моделирования получить семейство результатов для всего множества значений параметра. Дополнительным преимуществом такого способа является то, что на графиках может быть одновременно отображено всё семейство результатов, позволяя наглядно оценить влияние параметра на работу схемы.

Для того чтобы запрограммировать такой сценарий, нужно сначала выразить зависимость схемы от выбранного параметра, а потом воспользоваться директивой .STEP, чтобы промоделировать её для различных

значений параметра. Пусть, к примеру, в схеме делителя (рисунок 5) нужно получить результаты для множества значений сопротивления R1. Вместо фиксированного значения 1k укажем, что сопротивление определяется параметром R1_val, для этого в поле значения нужно вписать имя параметра, заключённое в фигурные скобки. Схема и соответствующий ей Netlist примут вид, приведённый на рисунке 6:

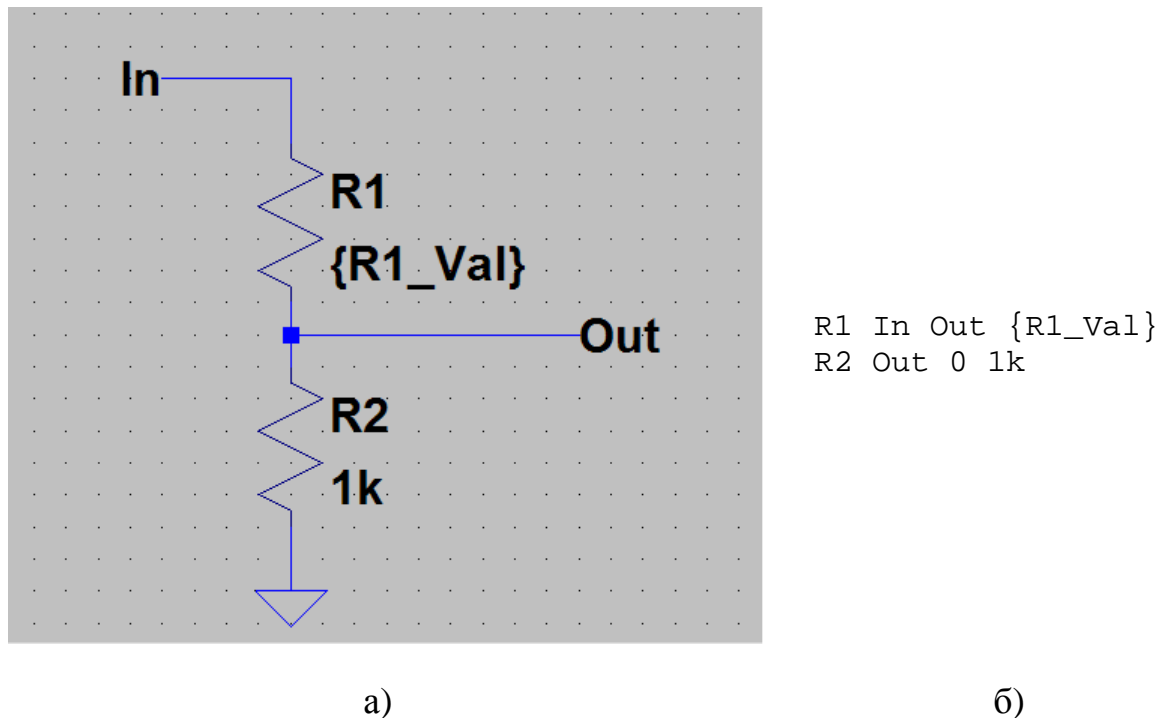


Рисунок 6 — схема делителя напряжения (а) и соответствующий ей Netlist (б), в которых значение сопротивления резистора R1 задаётся параметром R1_val

Директива .STEP, предписывающая провести расчёт для значений параметра R1_val в 100, 1 и 10 кОм, будет иметь вид:

```
.STEP PARAM R1_val LIST 100 1k 10k
```

Подробнее о возможностях директивы .STEP см. в справочной подсистеме.

Лабораторная работа «Моделирование выпрямителя»

Цели работы:

- познакомиться с основными схемами и характеристиками выпрямителей;
- освоить приёмы измерения характеристик выпрямителя;
- исследовать работу однофазного двухполупериодного выпрямителя в сочетании с различными типами фильтров.

Задачи:

- измерить основные характеристики выпрямителя при работе на активную нагрузку без фильтра;
- измерить зависимость характеристик выпрямителя с ёмкостным фильтром от величины тока нагрузки и величины ёмкости фильтра;
- измерить зависимость характеристик выпрямителя с индуктивно-ёмкостным фильтром от величины тока нагрузки и параметров фильтра;
- определить зависимость параметров переходного процесса на выходе индуктивно-ёмкостного фильтра от его параметров.

Порядок выполнения работы

Собрать мостовой выпрямитель (рисунок 2а) из диодов Шотки. Для моделирования переменного входного напряжения использовать компонент voltage (пункт меню Edit→Component→voltage).

1. Входное напряжение установить 16 В.
2. Установить активную нагрузку сопротивлением 10 Ом, потребляющую ток около 1 А.
3. Определить форму тока на входе выпрямителя. Определить полную и активную мощность, потребляемую выпрямителем, а также мощность, потребляемую нагрузкой. Сделать вывод о коэффициенте мощности

выпрямителя, работающего на активную нагрузку. Определить коэффициент выпрямления K_0 и коэффициент пульсаций K_p .

4. Добавить на выход выпрямителя ёмкостный фильтр (рисунок 4б) величиной $C=300$ мкФ.
5. Пронаблюдать форму напряжения на нагрузке, определить коэффициенты K_0 и K_p .
6. Пронаблюдать форму тока, потребляемого выпрямителем. Рассчитать параметры первых 11 его гармоник. Рассчитать коэффициент нелинейных искажений тока, и коэффициент мощности. Определить полную и активную мощность, потребляемую выпрямителем, сопоставить их с мощностью, потребляемой нагрузкой а также с рассчитанным коэффициентом мощности.
7. Увеличивая ёмкость конденсатора фильтра C последовательно до значений 1000, 3000 и 10000 мкФ, повторить расчёты. Построить зависимость от коэффициента пульсаций K_p следующих величин:
 - коэффициента выпрямления K_0 ;
 - коэффициента мощности K_λ ;
 - коэффициента гармоник;
 - фазового угла первой гармоники.
8. Заменить ёмкостный фильтр на индуктивно-ёмкостный (рисунок 4в) с $C=3000$ мкФ. Изучить влияние величины индуктивности фильтра на характеристики выпрямителя. Для этого последовательно задавая для L значения из списка 0.05, 0.2, 1, 4, 20, 100 мГн, определять параметры выпрямителя. Построить графики зависимостей от K_p следующих величин:
 - коэффициента выпрямления K_0 ;
 - коэффициента мощности K_λ ;

- коэффициента гармоник;
 - фазового угла первой гармоники.
9. Изучить влияние величины индуктивности фильтра на переходную характеристику выхода выпрямителя. Для этого параллельно резистору нагрузки подключить источник тока (пункт меню Edit→Component→current), генерирующий прямоугольный импульс, амплитудой 0.5 А длительностью около 0.5 с (I1 на рисунке 7). Построить семейство осциллограмм выходного напряжения, соответствующих тем же значениям индуктивности L фильтра, что и в предыдущем задании. Показать, в чём отличия между переходными характеристиками фильтров с малой и большой индуктивностью.

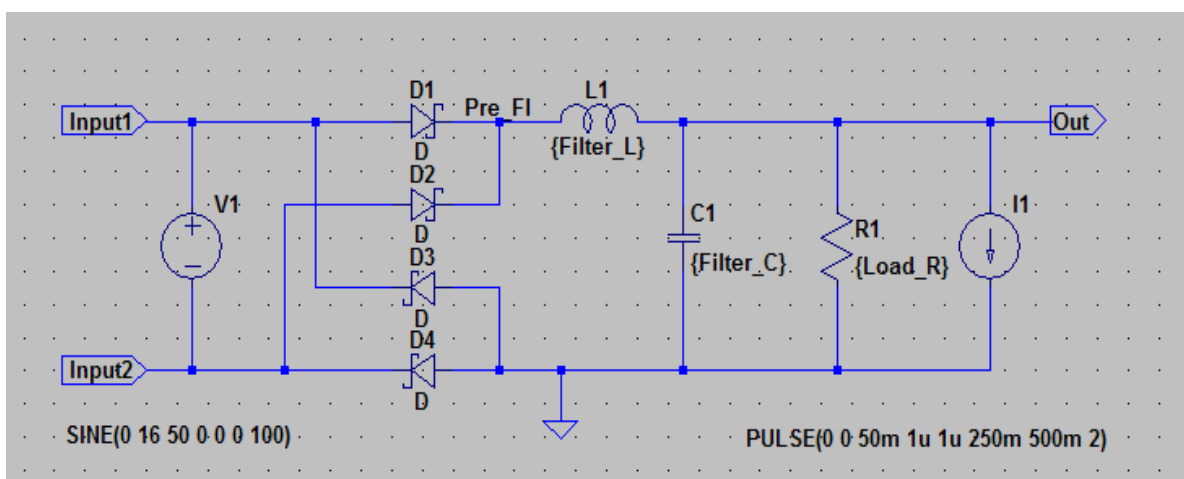


Рисунок 7 — схема измерения переходной характеристики фильтра

Контрольные вопросы

1. Как влияет ёмкостный фильтр на форму тока, потребляемого выпрямителем, на коэффициент нелинейных искажений, на коэффициент мощности?
2. Из каких соображений следует выбирать величину ёмкости сглаживающего фильтра?

3. Как влияет индуктивно-ёмкостный фильтр на форму тока, потребляемого выпрямителем, на коэффициент нелинейных искажений, на коэффициент мощности?
4. Из каких соображений следует выбирать ёмкость и индуктивность сглаживающего фильтра?
5. Какова зависимость выходного напряжения выпрямителя (с ёмкостным и с индуктивно-ёмкостным фильтром) от тока нагрузки.

Литература

1. Электропитание устройств и систем телекоммуникаций: Учебное пособие для вузов / В. М. Бушуев, В. А. Деминский, Л. Ф. Захаров и др. — М.: Горячая линия-Телеком, 2009.—384 с.: ил.
2. Борисов П.А., Томасов В.С. Расчет и моделирование выпрямителей. Учебное пособие по курсу —Элементы систем автоматики|| (Часть I) — СПб: СПб ГУ ИТМО, 2009 – 169 с.
3. LTspice IV [Электронный ресурс] // Linear Technology Corporation [Официальный сайт]. URL: <http://www.linear.com/ltspice> (дата обращения 10.03.2014)
4. Моделирование устройств в LTSpice. Учебно-методическое пособие. Псковск. гос. политехн. ин-т. — Псков: Издательство ППИ, 2008. — 165 с.
5. Paul W. Tuinenga SPICE: A Guide to Circuit Simulation and Analysis Using PSpice (3rd Edition). — Prentice Hall, 1995. — 288 p.

Способы описания периодических напряжений и токов

Пусть $Y(t)$ — периодическая функция времени с периодом T , описывающая изменение во времени тока или напряжения. Довольно часто аналитический вид этой функции неизвестен или его трудно, если вообще возможно, получить. При этом знание аналитического представления может и не быть необходимым для решения конкретной прикладной задачи. Например, такой: «какая мощность будет выделяться на резисторе при протекании через него тока $Y(t)$?», или «не окажется ли из-за пульсации напряжение на входе стабилизатора $Y(t)$ ниже допустимого предела?»

Поэтому на практике применяют одно из упрощённых описаний $Y(t)$, достаточное, тем не менее, для решения практических задач. Рассмотрим наиболее распространённые из них.

Постоянная составляющая и размах

Постоянная составляющая Y_0 — среднее за период значение функции $Y(t)$:

$$Y_0 = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) dt .$$

Размах Y_{p-p} — разность между максимальным и минимальным значением периодической функции:

$$Y_{p-p} = Y_{\max} - Y_{\min} .$$

Постоянную составляющую напряжения (тока) можно измерить вольтметром (амперметром) постоянного тока. При этом важно, чтобы период колебания был много меньше времени установления прибора. В противном случае показания будут меняться вслед за периодическими колебаниями измеряемой величины. Размах можно измерить электронным осциллографом.

Эффективное (действующее, среднеквадратичное) значение Коэффициенты амплитуды и формы

Эффективное (действующее, среднеквадратичное) значение переменного напряжения или тока — такое значение постоянного напряжения или тока, при котором на резистивной нагрузке выделяется такая же мощность, что и под действием характеризуемого переменного. Поскольку при фиксированном сопротивлении выделяемая мощность пропорциональна квадрату напряжения (или тока), то *эффективное значение рассчитывается как среднеквадратичное за период*:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T Y^2(t) dt}.$$

Действующее значение употребляется настолько часто, что его обычно обозначают без каких-либо индексов, той же буквой, что и функцию, но без аргумента, поскольку оно не зависит от времени.

Для гармонической зависимости $Y(t) = Y_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ эффективное значение Y связано с амплитудой Y_{\max} соотношением: $Y = \frac{1}{\sqrt{2}} Y_{\max}$. Для прямоугольного сигнала с нулевой постоянной составляющей действующее значение совпадает с амплитудой. В общем случае отношение максимального значения колеблющейся величины к действующему называется *коэффициентом амплитуды, или крест-фактором (crest-factor)*:

$$k_a = \frac{Y_{\max}}{Y}.$$

Измерить действующее значение напряжения (тока) можно вольтметром (амперметром) переменного тока. Следует проявлять особое внимание при измерении величин, колеблющихся не по гармоническому закону. Дело в том, что многие вольтметры переменного тока на самом деле измеряют не среднеквадратичное значение, а *средневыпрямленное*:

$$Y_{\parallel} = \frac{1}{T} \int_0^T |U(t)| dt.$$

Чтобы показать правильный результат Y_{\parallel} умножается на коэффициент пропорциональности между среднеквадратичным и средневыврямленным значением, который для синусоидального сигнала равен $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$. В общем случае отношение действующего значения к средневыврямленному называется *коэффициентом формы кривой*:

$$k_f = \frac{Y}{Y_{\parallel}}.$$

Если прибор сконструирован для измерения переменной величины гармонической формы, то при измерении негармонического колебания, характеризуемого другим коэффициентом формы, будет возникать ошибка. Кроме того, если колебание содержит постоянную составляющую, то в зависимости от конструкции прибора, она может быть либо проигнорирована (отброшена), либо может породить дополнительную ошибку. От этих недостатков свободны вольтметры истинного среднеквадратичного значения (True RMS), которые правильно выполняют измерение среднеквадратичного значения независимо от формы колебания.

Гармонический (спектральный) состав

Периодическая функция может быть представлена рядом Фурье:

$$Y(t) = \operatorname{Re} \left(\sum_{k=0}^{\infty} S_k e^{j \frac{2\pi}{T} kt} \right) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k \cos \left(\frac{2\pi}{T} kt + \varphi_k \right) \quad (1)$$

где $S_k = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) e^{-j \frac{2\pi}{T} kt} dt$ — комплексные амплитуды гармоник,

$U_k = |S_k|$ — амплитуды гармоник,

$\varphi_k = \arg(S_k)$ — начальные фазы гармоник.

Распределение комплексных амплитуд по номерам гармоник S_k называют *гармоническим или спектральным составом колебания*. Иногда под этим термином подразумевают только распределение действительных амплитуд Y_k .

Гармонический состав является наиболее полным описанием по сравнению с перечисленными выше. Зная амплитуды гармоник Y_k , можно получить и постоянную составляющую, и действующее значение. Кроме того, описание прохождения колебания через линейные цепи сильно упрощается при использовании спектрального представления.

Разобьём сумму (1) на две компоненты:

$$Y(t) = Y_0 + \sum_{k=1}^{\infty} Y_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt + \varphi_k\right) = Y_0 + Y_{\approx}(t)$$

Видно, что амплитуда с нулевым индексом Y_0 является постоянной составляющей (см. постоянная составляющая и размах), при этом $\varphi_0 = 0$.

Второе слагаемое называется переменной составляющей:

$$Y_{\approx}(t) = Y(t) - Y_0 = \sum_{k=1}^{\infty} Y_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt + \varphi_k\right).$$

Для гармонического колебания эта сумма будет состоять только из одного слагаемого с индексом 1, называемого *основной гармоникой*. Остальные слагаемые присутствуют только у сигналов негармонической формы и называются *высшими гармониками*. Отношение эффективной амплитуды суммы высших гармоник к амплитуде основной гармоники называется *коэффициентом нелинейных искажений, КНИ (THD — total harmonic distortion)*:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} Y_k^2}}{Y_1}.$$

Эффективные значения Y и Y_{\approx} связаны с гармоническим составом следующим образом:

$$Y = \sqrt{Y_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} Y_k^2} = \sqrt{Y_0^2 + Y_{\approx}^2},$$

$$Y_{\approx} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} Y_k^2}.$$

Таким образом, зная амплитуды гармоник, можно получить как постоянную составляющую, так и действующее значение. К сожалению, в общем случае получить размах переменной составляющей таким образом не получится, поскольку он зависит от фазовых соотношений между гармониками, т.е. от комплексных амплитуд S_k . Тем не менее, если есть информация о коэффициенте амплитуды, то $Y_{p-p} = 2k_a Y_{\approx}$. Если же такой информации нет, то можно приблизительно оценить размах сложного колебания, заменив его гармоническим, обладающим такой же мощностью (эффективным значением):

$$Y_{p-p}^{\sin} = 2\sqrt{2}Y_{\approx}.$$

Для измерения гармонического состава требуется прибор, способный анализировать спектр. Большинство современных цифровых осциллографов обладают возможностью вычисления преобразования Фурье от анализируемого сигнала, и поэтому подходят для этой цели. Для спектрального анализа сигналов низкой частоты вместо цифрового осциллографа можно использовать аналого-цифровой преобразователь звукового входа персонального компьютера совместно с программой, вычисляющей Фурье-преобразование.

Ссылки

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник для бакалавров – М.:Издательство Юрайт, 2014. – 701 с.
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/Список_параметров_напряжения_и_силы_электрического_тока
3. http://ru.wikipedia.org/wiki/Действующее_значение_переменного_тока
4. <http://en.wikipedia.org/wiki/Amplitude>

5. [http://en.wikipedia.org/wiki/Form_factor_\(electronics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Form_factor_(electronics))
6. <http://www.стабилизатор.рф/reference/tech-articles/231-thd-special>

Вопросы для самопроверки

1. Что такое постоянная и переменная составляющая колебания?
2. Что такое эффективное (действующее) значение?
3. Что такое средневыпрямленное значение?
4. Что такое коэффициент формы и коэффициент амплитуды?
5. Что такое гармонический состав колебания?
6. Что такое коэффициент нелинейных искажений?
7. Как по гармоническому составу определить постоянную составляющую, переменную составляющую, коэффициент нелинейных искажений?

Коэффициент мощности

Работа схем электропитания всегда сопряжена с потерями при передаче и преобразованиях энергии. При этом эффективность передачи энергии от источника к нагрузке зависит не только от линии передачи (её сопротивления и рабочего тока), но и от свойств самой нагрузки. Например, если нагрузка периодически возвращает часть полученной энергии обратно в источник, то при том же уровне потерь происходит передаваемая мощность оказывается меньше, значит эффективность передачи энергии уменьшается.

Характеристикой нагрузки, описывающей эффективность её взаимодействия с источником энергии, служит *коэффициент мощности*:

$$K_{\lambda} = \frac{P}{U \cdot I},$$

где P — средняя мощность, потребляемая нагрузкой,

U, I — эффективные (среднеквадратичные) значения напряжения и тока, соответственно.

Коэффициент мощности равен отношению мощности, потребляемой нагрузкой к мощности, которую потребляла бы чисто активная линейная нагрузка при тех же эффективных величинах тока и напряжения. В общем случае $K_{\lambda} \leq 1$.

Рассмотрим, от чего зависит коэффициент мощности. По определению средняя за период мощность, выделяемая в нагрузке, равна:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T U(t)I(t)dt,$$

где T — период.

Поскольку в общем случае форма тока и напряжения может быть негармонической, представим их в виде рядов Фурье

$$\begin{aligned}
U(t) &= U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k \cos\left(\frac{2\pi}{T}kt - \theta_k\right), \\
I(t) &= I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos\left(\frac{2\pi}{T}nt - \chi_n\right),
\end{aligned} \tag{1}$$

где, соответственно, U_k, I_n — амплитуды гармоник напряжения и тока, а θ_k, χ_n — фазы этих гармоник. Тогда

$$\begin{aligned}
P &= U_0 I_0 + \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_k I_n \cos\left(\frac{2\pi}{T}kt - \theta_k\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T}nt - \chi_n\right) dt = \\
&= U_0 I_0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_k I_n \int_0^{2\pi} \cos(k\alpha - \theta_k) \cos(n\alpha - \chi_n) d\alpha = \\
&= U_0 I_0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} [\cos(\theta_k - \chi_k) + \cos(2k\alpha - (\theta_k + \chi_k))] d\alpha \\
&= U_0 I_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos(\theta_k - \chi_k).
\end{aligned}$$

При переходе к предпоследнему равенству было использовано свойство ортогональности гармонических функций: $\int_0^{2\pi} \cos(k\alpha + \theta) \cos(n\alpha + \chi) d\alpha = 0$ при любых θ, χ при условии, что $|k| \neq |n|$, k, n — целые, не равные нулю числа.

Аналогично, эффективные значения напряжения и тока равны:

$$\begin{aligned}
U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt} = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2}, \\
I &= \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2},
\end{aligned}$$

тогда

$$K_\lambda = \frac{U_0 I_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos(\theta_k - \chi_k)}{\sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}}. \tag{2}$$

Рассмотрим два частных случая, при этом будем считать напряжение гармоническим, т. е.:

$$U_0 = 0, U_{2,3,\dots} = 0, U = \frac{1}{\sqrt{2}} U_1.$$

Линейная нагрузка

Потребляемый ток имеет гармоническую форму и может быть сдвинут по фазе относительно напряжения на некоторый угол $\varphi = \theta_1 - \chi_1$. В этом случае (2) примет широко известный вид:

$$K_\lambda = \frac{\frac{1}{2} U_1 I_1 \cos \varphi}{\frac{1}{2} U_1 I_1} = \cos \varphi.$$

Т.е. у линейной нагрузки коэффициент мощности определяется только косинусом разности фаз между напряжением и током.

Нелинейная нагрузка

Потребляемый нелинейной нагрузкой ток будет несинусоидальным и в разложении тока (1) будут присутствовать высшие гармоники: $I_{2,3,\dots} \neq 0$. Тогда (2) примет вид:

$$K_\lambda = \frac{\frac{1}{2} U_1 I_1 \cos \varphi}{\sqrt{\frac{1}{2} U_1^2} \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}} = \frac{\frac{I_1}{\sqrt{2}} \cos \varphi}{\sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}}.$$

Видно, что в случае нелинейной нагрузки K_p уменьшается не только за счёт $\cos \varphi$, но и вследствие наличия высших гармонических составляющих. Они дают вклад в увеличение эффективного тока (знаменатель), но не передают в нагрузку мощность. То же относится и к постоянной составляющей тока I_0 . Если известен коэффициент нелинейных искажений тока

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}}{I_1},$$

то через него можно выразить K_λ , который при отсутствии постоянной составляющей тока ($I_0 = 0$) будет равен:

$$K_\lambda = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + THD^2}}.$$

Вывод: «идеальной» нагрузкой является линейная активная нагрузка. У такой нагрузки в каждый момент времени ток прямо пропорционален напряжению. Появление в токе нагрузки реактивной составляющей (сдвига фаз между основными гармониками тока и напряжения), а также искажение формы тока (появление высших гармоник) приводит к снижению коэффициента мощности.